

СИММЕТРИЧНЫЙ МЕТОД РАСЩЕПЛЕНИЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ МАГНИТОГАЗОДИНАМИЧЕСКОГО ТЕЧЕНИЯ

Е.А. Шельмина, И.Г. Боровской

Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Россия, г.Томск, пр.
Ленина, 40, 634050

E-mail: eashelmina@mail.ru

В представляемой работе представлено применение симметричного метода расщепления для решения задачи магнитогазодинамического течения на основе уравнений Навье-Стокса и неявной консервативной конечно-разностной схемы.

При математическом моделировании задачи о течении электропроводящей среды в сложных системах газовых магистралей используются две модели – вязкого теплопроводного газа и идеального газа. Первая применяется в основном для детализации картины магнитогазодинамического течения на участках геометрических особенностей магистралей, а вторая – для разработки расчетных методик, предназначенных для определения параметров течения в пространственных магистралах.

Физическая постановка задачи

Рассматривается течение вязкого теплопроводного газа в пространственных системах магистралей, часть из которых может находиться во внешнем магнитном поле. В общем случае системы коммуникаций состоят из произвольного количества газопроводов различной формы, которые далее именуются элементарными участками или элементами. Газопроводы могут иметь переменный внутренний радиус и осевое искривление. Произвольно количество разветвлений и различного типа соединений магистралей, произвольна также и ориентация элементов конструкции в пространстве.

В начальный момент времени система заполнена неподвижным газом при давлении P_H и температуре T_H . Рабочий газ поступает от источников массы – газогенераторов, расположенных на боковой поверхности или во входном сечении отдельных газопроводов.

Некоторые из элементов заканчиваются отверстиями, через которые газ истекает во внешнюю среду. Системы газопроводов могут содержать всевозможные газораспределительные и клапанные устройства, с помощью которых осуществляется перераспределение газового потока, а в отдельных случаях и полное отключение части конструкции от питающих газогенераторов. Источники массы могут иметь собственные регуляторы расхода, что приводит к многорежимности функционирования устройства.

При постановке задачи используются следующие допущения: химические реакции в газовой фазе описываются одной брутто-реакцией; теплофизические характеристики исходного и конечного продукта одинаковы.

Математическая постановка задачи

Математическая постановка задачи может быть записана на основе уравнений Навье – Стокса, которые в дивергентной форме [1,2] для сжимаемого газа в декартовой системе координат $\{x, y\}$, дополненные уравнением диффузии [3], имеют вид :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} = \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial F_v}{\partial x} + \frac{\partial G_v}{\partial y} \right) + H, \quad (1)$$

где вектор - столбцы U, F, G, F_v, G_v, H представляют собой

$$U = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \\ \rho a \end{pmatrix}, F = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ (e+p)u \\ \rho ua \end{pmatrix}, G = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho vu \\ \rho v^2 + p \\ (e+p)v \\ \rho va \end{pmatrix}, F_v = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ u\tau_{xx} + v\tau_{xy} + \frac{\bar{\lambda}}{\gamma-1} \frac{\partial \theta}{\partial x} \\ \frac{Le}{Pr} \rho D \frac{\partial a}{\partial x} \end{pmatrix}, G_v = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yy} \\ u\tau_{xy} + v\tau_{yy} + \frac{\bar{\lambda}}{\gamma-1} \frac{\partial \theta}{\partial y} \\ \frac{Le}{Pr} \rho D \frac{\partial a}{\partial y} \end{pmatrix}, H = \begin{pmatrix} 0 \\ S_H f_x \\ S_H f_y \\ \rho \varphi \omega \\ -\rho \omega \end{pmatrix}$$

Система уравнений (1) замыкается уравнением состояния совершенного газа [1]:

$$p = \rho \cdot \theta \quad (2)$$

Обозначения, используемые в (1)-(2), приведены в [1-2].

Построение расчетной схемы

Для численного решения задачи (1)-(2) используется неявная консервативная конечно-разностная схема, шаблон которой показан на рис. 1.

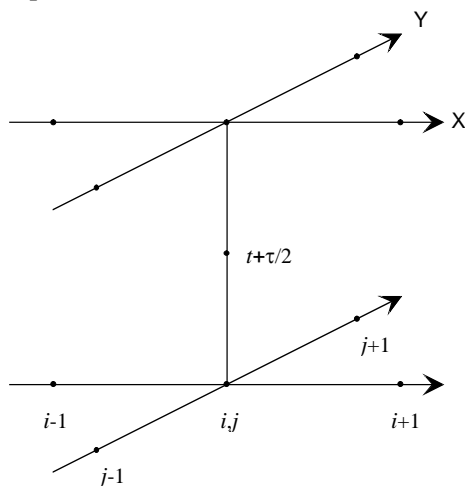


Рис. 1. Шаблон для построения неявной консервативной конечно-разностной схемы решения уравнений Навье-Стокса

Выбор разностной схемы связан с тем, что решение таких объемных систем разностных уравнений прямыми методами матричной прогонки требует весьма значительных затрат расчетного времени и поэтому на практике не применяется. Кроме того, использование неявной консервативной конечно-разностной схемы решения уравнений Навье-Стокса дает возможность организовать циклическую схему вычислений, суть которой заключается в изменении как порядка проведения этапов расчета вдоль координатных направлений, так и направление прогонки. Данные меры позволяют добиться симметризации расчетного алгоритма, что усиливает его устойчивость при наличии правых частей исходных уравнений Навье-Стокса.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Темам Р. Уравнения Навье — Стокса. Теория и численный анализ. — 2-е изд. — М.: Мир, 1981. — 408 с.
2. Ландау, Л. Д., Лифшиц, Е. М. Гидродинамика. — Издание 4-е, стереотипное. — М.: Наука, 1988. — 736 с.
3. Durmagambetov A.A. Navier-Stokes Equations—Millennium Prize Problems // Asset A. Durmagambetov, Leyla S. Fazilova Natural Science. Scientific Research an Academic Publisher : pdf. — 2015. — № Vol.7 No.2. — С. 88-99.